

## Curriculum Scientifico – Anna Gori

PRESENTATO SOTTO FORMA DI DICHIARAZIONE SOSTITUTIVA DI CERTIFICAZIONE E ATTO DI NOTORIETA' (ai sensi degli artt. 46, 47 e 48 del D.P.R. 28/12/2000, n. 445)

La sottoscritta Anna Gori nata a Firenze il 25 Settembre 1974  
DICHIARA SOTTO LA PROPRIA RESPONSABILITA':

### Istruzione

- Diploma nel 1993 al Liceo Classico Dante di Firenze (60/60).
- 1997 Vincitrice di borsa INdAM (durata 12 mesi).
- Laurea in matematica nel 1999 con massimo dei voti e lode all' Università di Firenze. Titolo della tesi: *Fenomeni ciclici per operatori di composizione su spazi di Bergman con peso*. Relatore Prof. Graziano Gentili.
- Dal Marzo 2000 dottoranda di Ricerca presso il Dipartimento di Matematica "U.Dini" dell' Università di Firenze. Il 30 Settembre 2003 consegue il titolo di Dottore di Ricerca. Titolo della tesi di dottorato *Coisotropic actions of compact Lie groups on Kähler manifolds*. Relatore Prof. Fabio Podestà.
- Luglio 2003 Vincitrice di Assegno di Ricerca presso il Dipartimento di Matematica e Applicazioni per l'Architettura dell'Università di Firenze, del quale nel Luglio 2004 ottiene il rinnovo.
- Settembre 2004 Titolare di contratto per la didattica presso il Dipartimento di Matematica e Applicazioni per l'Architettura.
- Marzo 2005 Vincitrice di Borsa INdAM a decorrere da Luglio 2005, della quale nel Luglio 2006 ottiene il rinnovo fino al Novembre 2007.
- Ottobre 2007 Vincitrice di Borsa Post-Dottorato presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Bologna, della quale nell' Ottobre 2008 ottiene il rinnovo.
- Luglio 2009 Vincitrice di Assegno di Ricerca annuale presso il Dipartimento di Matematica e Applicazioni per l'Architettura dell'Università di Firenze a partire dal 1 Novembre 2009 che nel Settembre 2010 riattiva dopo l'interruzione per maternità.
- Maggio 2011 Vincitrice di Procedura Valutazione Comparativa per n.1 posto da Ricercatore a tempo indeterminato MAT/03 presso il Dipartimento di Matematica "F.Enriques" dell'Università degli Studi di Milano.

### Posizione attuale

- Ricercatrice MAT/03 presso il Dipartimento di Matematica "F. Enriques" della Università degli studi di Milano.
- Consegue l'Abilitazione Scientifica Nazionale per Professore Associato nel Settore Concorsuale 01/A2 (Geometria e Algebra) (Dicembre 2013).

### Articoli pubblicati

- *A Note on the moment map on compact Kähler manifolds* scritto in collaborazione con il Prof. Fabio Podestà (*Ann. Global Anal. Geom.* **26** (2004), no. 3, 315–318).
- *Two-orbit Kähler manifolds and Morse Theory* scritto in collaborazione con il Prof. Fabio Podestà (*Monatsh. Math.* **143** (2004), no. 2, 105–114).
- *Coisotropic and Polar actions on complex Grassmannians* scritto in collaborazione con Dott. Leonardo Biliotti (*Transactions of AMS*, **357** (2005), no.5, 1731-1751).
- *A Splitting result for compact symplectic manifolds* scritto in collaborazione con il Dott. Lucio Bedulli (*Results Math.* **47** (2005), no. 3-4, 194–198).
- *Symplectically asystatic actions of compact Lie groups* scritto in collaborazione con Prof. F. Podestà (*Trans. Groups* (2006), no. 2, 177–184).
- *Cyclic Phenomena for composition operators on Weighted Bergman Spaces* (*Boll. U.M.I.* **9-B** (2006), 529-543).

- *On deformations of Hamiltonian actions* scritto in collaborazione con il Dott. Lucio Bedulli (*Arch. Math.* **88** (2007), no. 5, 468–480).
- *A Hamiltonian stable minimal Lagrangian submanifold of projective space with non-parallel second fundamental form* scritto in collaborazione con il Dott. Lucio Bedulli (*Trans. Groups* (2007), no. 12, 611–617)
- *Homogeneous Lagrangian submanifolds* scritto in collaborazione con il Dott. Lucio Bedulli (*Comm. Anal. Geom.* (2008), no. 3, 591-615).
- *Actions of Vanishing homogeneity rank on quaternionic-Kähler projective spaces* scritto in collaborazione con il Dott. Lucio Bedulli (*J. Lie Theory* **18** (2008), no. 4 817–837).
- *Maximal totally complex submanifolds of  $\mathbb{H}P^n$ : homogeneity and normal holonomy* scritto in collaborazione con Lucio Bedulli e Fabio Podestá (*Bull. London Math. Soc.* **41** (2009) 1029–1040).
- *Homogeneous Hypercomplex Structures and the Joyce's Construction* scritto in collaborazione con Lucio Bedulli e Fabio Podestá (*Diff. Geom. and its Appl.* **29** (2011) 547–554)
- *Isometric embeddings of Kähler-Ricci solitons in the complex projective space* scritto in collaborazione con Lucio Bedulli (*Proc. Amer. Math. Soc.* **142** (2014), no. 5, 1777–1781.).
- *Remarks on Kähler-Ricci solitons* scritto in collaborazione con Lucio Bedulli (*Adv. Geom.* (2015) **15** (2)167–172).
- *Starlikeness for functions of hypercomplex variable* scritto in collaborazione con F. Vlacci. (Pubblicato elettronicamente Agosto 2016 *Proc. Amer. Math. Soc.*) (2016)
- *A Direct Approach to Quaternionic manifolds* scritto in collaborazione con G. Gentili e G. Sarfatti *Math. Nachr.* 1–11 (2016) / DOI 10.1002/mana.20150048
- *Toric quaternionic manifolds* scritto in collaborazione con G. Gentili e G. Sarfatti. (accettato per la pubblicazione in *Journal of Symplectic Geometry*)

#### Preprints

- *The structure of faces of the momentum image I* (2006) scritto in collaborazione con P. Heinzner e il Dott. C.Stöcker.
- *Minimal orbits of Kähler Ricci Soliton* (2013) in collaborazione con L. Bedulli.
- *A lower bound estimate for the diameter of a Quasi-Einstein Manifold* (2014) in collaborazione con L. Bedulli.
- *A note on the Bieberbach conjecture for starlike slice-regular functions* (2017) in collaborazione con F. Vlacci.
- *On a criterion of local invertibility and conformality for slice-regular quaternionic functions* (2017) in collaborazione con F. Vlacci

#### Didattica

- Anno 2001/2002. Esercitazioni del corso *Istituzioni di Geometria Superiore* per il corso di Laurea in Matematica dell'Università di Firenze. Titolare del corso: Prof. G.Gentili  
I° modulo: Topologia Algebrica  
II° modulo: Geometria Differenziale
- Anno 2003/2004. Esercitazioni del corso di *Matematica 1* per il corso di laurea in Architettura dell'Università di Firenze.  
Titolare del corso: Prof.ssa A.Selvaggi.
- Anno 2003/2004. Esercitazioni del corso di *Matematica 2* per il corso di laurea in Architettura dell'Università di Firenze.  
Titolare del corso: Prof.ssa A. Nannicini.
- Anno 2004/2005. Esercitazioni del corso di *Matematica 1* per il corso di laurea in Architettura dell'Università di Firenze.  
Titolare del corso: Prof.ssa A. Nannicini.
- Anno 2004/2005. Esercitazioni del corso di *Matematica 2* per il corso di laurea in Architettura dell'Università di Firenze.  
Titolare del corso: Prof.ssa A. Selvaggi.

- Anno 2005/2006. Esercitazioni del corso di *Matematica 1* per il corso di laurea in Architettura dell'Università di Firenze.  
Titolare del corso: Prof.ssa A. Selvaggi.
- Anno 2006/2007. Esercitazioni di *Istituzioni di Geometria Superiore* per il corso di Laurea in Matematica dell'Università di Firenze.  
Titolare del corso: Prof. G. Gentili  
II° modulo: Geometria Differenziale
- Anno 2007/2008. Esercitazioni del corso *Geometria IV* per il corso di Laurea in Matematica dell'Università di Bologna.  
Titolare del corso: Prof. S. Coen
- Anno 2008/2009. Esercitazioni del corso *Geometria IV* per il corso di Laurea in Matematica dell'Università di Bologna.  
Titolare del corso: Prof. S. Coen
- Anni 2011/2012, 2012/2013, 2013/2014, 2014/2015, 2015/2016 e 2016/2017 Corso di *Matematica Generale* per il corso di laurea di Beni Culturali dell'Università di Milano. (In collaborazione con il Prof. L. Van Geemen)
- Anni 2011/2012, 2012/2013, 2013/2014, 2014/2015, 2015/2016, 2016/2017. Corso di *Matematica Generale* per corso di laurea in Biologia dell'Università di Milano. (In collaborazione con i Professori A. Carati, M. Vignati, C. Zanco, G. Bini)
- Anni 2011/2012, 2012/2013, 2013/2014. Esercitazioni del corso di *Geometria 1* per il corso di laurea in Fisica dell'Università di Milano.  
Titolare del corso Prof. G. Canuto.
- Anno 2013/2014, 2014/2015. Esercitazioni del corso di *Geometria 1* per il corso di laurea in Fisica dell'Università di Milano.  
Titolare del corso Prof. M. Dedó.
- Anno 2014/2015, 2015/2016, 2016/2017 Esercitazioni e lezioni del corso di *Geometria 4* per il corso di laurea in Matematica dell'Università di Milano.  
Titolare del corso Prof. M. Bertolini.

#### Scuole e Partecipazione a Convegni su Invito

- Giugno 1999 Convegno di Analisi Complessa, Levico
- Agosto 1999 Corso estivo alla Scuola Matematica Interuniversitaria a Perugia (proff. Schreyer e Stout).
- Giugno 2001 Convegno di Analisi Complessa, Levico
- Agosto 2001 Corso estivo alla scuola Matematica Interuniversitaria a Cortona (proff. Podestà e Le Brun).
- Novembre 2001 Corso di Mathematical Biology organizzato da Prof. M. Gromov e A. Carbone (IHES Bures-sur-Yvette Parigi).
- Novembre 2001 Miniscuola di biomatematica, Firenze.
- Maggio 2002 “Algebraic Varieties” in memoria di Fabio Bardelli, Firenze.
- Settembre 2002 Convegno “Proprietà Geometriche delle varietà reali e complesse nuovi contributi italiani III”, Palermo.
- Febbraio 2004 Partecipa al Workshop in Oberwolfach dal titolo “Finite and Infinite Dimensional Complex Geometry and Representation Theory”.
- Giugno 2004 Partecipa al convegno di analisi algebrica CIME (Venezia)
- Settembre 2004 Partecipa al convegno “Progressi recenti in geometria reale e complessa” (Levico)
- Settembre 2005 Partecipa a convegno “Symmetry in Geometry and Physics” (Roma, Univ. La Sapienza)
- Aprile 2006 Partecipa al convegno “Recenti sviluppi della geometria complessa, differenziale, simplettica” (Centro di Ricerca “De Giorgi”) (Pisa)
- Giugno 2007 Partecipa al convegno internazionale in onore di O. Kowalski “Recent advances in Differential Geometry” (Lecce)

- Maggio 2008 Partecipa al “New York Area joint symplectic geometry seminar” (Columbia University, New York)
- Settembre 2008 Partecipa al convegno internazionale GLAM: “Global Analysis on Manifolds” in onore di S. Gallot (Roma)
- Gennaio 2009 Partecipa a convegno dal titolo “Recenti Sviluppi in Geometria Complessa e Simplettica” (Pisa, Centro De Giorgi)
- Aprile 2009 Partecipa alla scuola organizzata dal CIRM dal titolo “Hamiltonian Actions: Invariants et classification” (Luminy, France)
- Giugno 2009 Partecipa al convegno “Kähler and Sasakian Geometry” (Rome)
- Aprile 2011 Partecipa al convegno “Ricci Solitons days in Pisa” (Pisa)
- Dicembre 2012 Partecipa al convegno “Recent Developments in Kähler geometry”, IHP (Parigi).
- Febbraio 2013 Partecipa a convegno PRIN “Varietà reali e complesse: Geometria, topologia e analisi armonica” (Pisa).
- Marzo 2013 Partecipa a “Workshop on New Approaches to Hypercomplex Analysis and Geometry Nuove direzioni di ricerca in Geometria e Analisi Ipercomplessa”, ICTP (Trieste).
- Febbraio 2014 Partecipa a convegno PRIN “Varietà reali e complesse: Geometria, topologia e analisi armonica” (Pisa).
- Marzo 2014 Partecipa alla giornata Milano-Torino di Geometria Differenziale (Torino).
- Luglio 2014 Partecipa al convegno “First Joint International Meeting RSME-SCM-SEMA-SIMAI-UMI”, (Bilbao), Spagna.
- Settembre 2014 Partecipa al convegno “New trends in differential geometry” (Villasimius).
- Dicembre 2014 Partecipa e organizza Miniworkshop “Lagrangian submanifolds and related topics” (Milano)
- Settembre 2015 Partecipa al XX congresso UMI (Siena).
- Novembre 2015 Partecipa al INdAM Workshop “New perspectives in differential geometry” (Roma).
- Febbraio 2016 Partecipa a convegno PRIN “Varietà reali e complesse: Geometria, topologia e analisi armonica” (Pisa).
- Aprile 2016 Partecipa a convegno “Special Hermitian Metrics on Non Kaehler geometry” (Firenze)
- Maggio- Giugno 2016 Partecipa “Spring 2016 School” (Firenze)
- Giugno 2016 Partecipa al Convegno “INdAM Meeting: Complex and Symplectic Geometry”, (Cortona)
- Luglio 2016 Partecipa a Convegno “Geometry in the Large” (Firenze)
- Settembre 2016 Partecipa a Convegno “Complex function theory, its generalizations and applications” (Roma)
- Novembre 2016 Partecipa e organizza miniworkshop “A symplectic geometry day in Milan” (Milano)
- Marzo 2017 The 13th OCAMI-RIRCM Joint differential Geometry Workshop on Submanifolds Geometry and Lie Theory (Osaka, Japan)
- Giugno 2017 Miniworkshop “Geometry days in Patras” (Patrasso)

### Seminari Tenuti

- Febbraio 2004 *Coisotropic and Polar actions on complex Grassmannians* nell’ambito dell’ Workshop in Oberwolfach dal titolo “Finite and Infinite Dimensional Complex Geometry and Representation Theory”.
- Settembre 2004 *Two-orbits Varieties and Coisotropic actions* nell’ambito del convegno “Progressi recenti in geometria reale e complessa”(Levico)
- Marzo 2005 *Azioni Hamiltoniane su varietà Kaehleriane* seminario su invito presso l’Università di Roma II “Tor Vergata”.

- Ottobre-Dicembre 2005 Tiene una serie di seminari presso il Dipartimento di Matematica e Applicazioni per l'Architettura dell'Università di Firenze
- Maggio 2009 *Sottovarietà Lagrangiane e Totalmente complesse: corrispondenze tramite la geometria dei Twistor* seminario su invito presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Bologna.
- Novembre 2011 *Corrispondenze tra punti del politopo dei momenti e orbite. Le orbite Lagrangiane e totalmente complesse* seminario su invito presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Milano.
- Settembre 2015 *Varietà toriche quaternioniche* XX Congresso UMI (Siena).
- Marzo 2017 *The Moment map: a powerful tool in understanding submanifolds geometry* Osaka.
- Giugno 2017 *Homogeneous Lagrangian submanifolds* (Patrasso, Grecia) Japan.

### Organizzazione Convegni

- Miniworkshop *Lagrangian submanifolds and related topics* (4–5 Dicembre 2014) Dip. Matematica, Università di Milano.
- Convegno *Complex function theory, its generalizations and applications* (12–16 Settembre 2016) Roma.
- Miniworkshop *A symplectic geometry day in Milan* 21 Novembre 2016. Dip. Matematica, Università di Milano.

### Periodi all'estero

- Novembre 2002 Invitata presso Ruhr-Universität (Bochum) dal Prof. A. Huckleberry.
- Luglio 2003. Invitata presso Ruhr-Universität (Bochum) dal Prof. P. Heinzner.
- Marzo 2016. Invitata presso l'Università Parigi VI, (Parigi).

### Interruzione dell'attività di Ricerca per maternità

- Giugno-Novembre 2006 Sospende la Borsa INdAM.
- Gennaio-Agosto 2010 Sospende l'Assegno di Ricerca.

### Altre informazioni

- Lingue parlate: inglese (ottimo), francese(buono)
- Da Aprile 2005 AMS reviewer.
- Referee per il *Bulletin of the London Mathematical Society*.
- Traduttrice italiana del programma 3D-Xplormath (progetto curato da Richard Palais e Chuu-lian Terng).

### Descrizione dell'Attività di Ricerca

Gli argomenti che sono oggetto della mia ricerca si collocano tutti all'interno del più vasto ambito delle azioni di gruppi di Lie su varietà simplettiche e su varietà Kähleriane.

Come è noto quando l'azione di un gruppo di Lie riduttivo  $G = K^{\mathbb{C}}$ , ove  $K$  è compatto massimale in  $G$ , è Hamiltoniana, può essere introdotta ed assume un particolare rilievo nello studio della geometria della varietà  $X$  su cui  $G$  opera, una mappa  $\mu$ , detta *mappa momento*, definita su  $X$  ed a valori nell'algebra di Lie  $\mathfrak{k}^*$ .

Tramite un prodotto scalare  $K$ -invariante, opportunamente definito su  $\mathfrak{k}$ , grazie alla compattezza di  $K$ , è possibile identificare  $\mathfrak{k}$  e la sua duale  $\mathfrak{k}^*$ . L'algebra di Lie  $\mathfrak{t}$  di un toro massimale  $T \subseteq K$  corrisponde ad un sottospazio  $\mathfrak{t}^*$  in  $\mathfrak{k}^*$ , e una Weyl chamber positiva  $\mathfrak{t}_+^*$  interseca ciascuna orbita coaggiunta in un unico punto. Denoteremo con  $\mu(X)_+$  l'intersezione di  $\mu(X)$  con  $\mathfrak{t}_+^*$ .

**Relazioni tra orbite ed immagine della mappa momento** Una volta costruita la mappa momento  $\mu$  è possibile definire la sua norma  $f := \|\mu\|^2 : X \rightarrow \mathbb{R}$ . In due lavori di Frances Kirwan e Linda Ness vengono studiati i punti critici di questa applicazione. In particolare nel primo lavoro si prova che la funzione  $f$  pur non essendo una funzione tipo Bott-Morse, induce comunque una stratificazione della varietà  $X$ .

Nell'ambito della mia tesi di dottorato si sono determinate alcune prime relazioni tra i punti critici della  $f$  e "tipi" di orbite. Nel caso più semplice di gruppi di Lie  $G$  con due orbite (Two-orbits

varieties) si sono trovate interessanti relazioni tra i punti critici di massimo e minimo della funzione  $f$  e orbite di tipo complesso e totalmente reale. In questo caso, in particolare, è stato possibile provare che la funzione  $f$  è di Morse-Bott, determinando al contempo proprietà sulla coomologia di  $X$ . L'obiettivo della nostra ricerca è adesso quello di approfondire lo studio di queste particolari varietà, cercando altresì una dimostrazione diretta della "congettura di Luna" in base alla quale la mappa momento sulle Two-orbits varieties separa le orbite. Ci proponiamo inoltre di studiare la possibile generalizzazione dei risultati ottenuti al caso di varietà con un numero finito di  $G$ -orbite.

**Stratificazioni di varietà Kähler** Una breve descrizione di questa parte della ricerca richiede che si introduca la nozione di insieme di *punti semistabili*. Indicando ancora con  $G$  il complessificato del gruppo  $K$ , e con  $X$  una  $G$ -varietà Kähler compatta, l'insieme dei punti *semistabili* rispetto alla fibra  $\mu^{-1}(\beta)$  è definito semplicemente come

$$X(\mu, \beta) := \{x \in X : \overline{G}x \cap \mu^{-1}(\beta) \neq \emptyset\}.$$

Sotto l'ipotesi di convessità di  $\mu(X)_+$ , è stato possibile caratterizzare questi insiemi, provando inoltre nel caso in cui  $X$  sia compatta e Kähler che essi sono aperti nella topologia di Zariski. Questa proprietà permette di introdurre, in un'ottica diversa rispetto a quella seguita dalla Kirwan, una stratificazione della varietà  $X$ . Poiché siamo riusciti a trovare una caratterizzazione di  $X(\mu, \beta)$  anche nel caso in cui  $X$  non sia compatta, si può affrontare il problema dell'esistenza di stratificazioni in assenza di ipotesi di compattezza.

**Azioni  $S$ -asstatiche** Stiamo attualmente affrontando alcuni problemi correlati con lo studio delle azioni *coisotrope* su varietà Kähler. In particolare si sta cercando una generalizzazione di alcune proprietà valide per *azioni polari* ad azioni *coisotrope*.

Più precisamente ricordo che l'azione di un gruppo di Lie compatto  $K$  su di una varietà  $X$  si dice *polare* se esiste una sottovarietà  $\Sigma$ , detta *sezione*, in  $X$  che interseca ogni  $K$ -orbita ed è ad essa ortogonale nei punti di intersezione. A partire dalla sezione  $\Sigma$  è possibile introdurre un gruppo  $W(\Sigma)$ , finito, detto gruppo di Weyl generalizzato, che agisce su  $\Sigma$  e tale che lo spazio delle orbite  $X/K$  risulta essere diffeomorfo a  $\Sigma/W(\Sigma)$ .

Ricordiamo inoltre che un gruppo di Lie  $K$  agisce su di una varietà simplettica  $(X, \omega)$  in maniera coisotropa se le  $K$ -orbite principali sono coisotrope rispetto alla forma simplettica  $\omega$ .

Knop con tecniche di geometria algebrica e teoria di Galois ha provato, per rappresentazioni coisotrope (più comunemente chiamate *multiplicity free*) alcuni risultati "simili" al Teorema di Restrizione per le Rappresentazioni Polari, e in particolare ha introdotto un gruppo finito  $W$  che agisce su di un sottospazio  $S$  dello spazio di rappresentazione. Motivati dai risultati di Knop abbiamo cercato, con tecniche di geometria simplettica, di determinare l'equivalente della sezione  $\Sigma$  e del gruppo di Weyl generalizzato nel caso di rappresentazioni *multiplicity free*.

**Deformazioni Hamiltoniane** Delzant ha congetturato che  $\mu(X)_+$ , insieme ad altri invarianti dell'azione del gruppo  $K$  determini la varietà  $X$ , a meno di simplettomorfismi  $K$ -equivarianti (la congettura è stata risolta in alcuni casi speciali). Ho affrontato una versione locale di questa congettura. Date le coppie Hamiltoniane  $(\omega, \varphi)$  dove  $\omega$  denota la forma simplettica su  $X$  e  $\varphi$  l'azione del gruppo  $K$  su  $X$  si sono studiate le loro deformazioni.

**Sottovarietà Lagrangiane omogenee** Ho successivamente iniziato una ricerca volta alla determinazione di sottovarietà Lagrangiane nello spazio proiettivo complesso,  $P^n(\mathbb{C})$ .

Oh ha auspicato l'introduzione di "metodi di azioni di gruppi" per costruire esempi di sottovarietà Lagrangiane nello spazio proiettivo e più in generale in tutti gli spazi Hermitiani simmetrici. Proprio con questi strumenti siamo riusciti a dare, nel caso di un gruppo di Lie compatto semplice che agisce in maniera Hamiltoniana sul proiettivo complesso, la classificazione esplicita di tutte le sottovarietà Lagrangiane omogenee in  $P^n(\mathbb{C})$ .

I metodi usati possono essere applicati per ottenere un'analogia classificazione di sottovarietà Lagrangiane omogenee nelle quadriche o, più in generale, in tutti gli spazi Hermitiani simmetrici.

Abbiamo proseguito la ricerca intrapresa volta alla determinazione di sottovarietà Lagrangiane nello spazio proiettivo complesso  $\mathbb{P}^n(\mathbb{C})$ , e più in generale alla indagine di condizioni necessarie e sufficienti per l'esistenza e l'unicità di sottovarietà Lagrangiane omogenee per l'azione di un gruppo di Lie compatto, non necessariamente semisemplice, su di una varietà compatta. Stiamo analizzando sotto quali ipotesi le orbite Lagrangiane, nel caso non semisemplice, risultino essere minime.

**Sottovarietà Lagrangiane Hamiltonianamente stabili** Sia  $i: L \hookrightarrow M$  una sottovarietà Lagrangiana minima di una varietà Kähler  $(M, g, \omega)$ . Una deformazione  $\{L_t\}$  di  $L$  tale che  $\frac{dL_t}{dt}|_{t=0} = V$  è detta *variazione Hamiltoniana* se la 1-forma su  $L$ ,  $i^*(\iota_V \omega)$  è esatta. Una sottovarietà minima Lagrangiana è detta *Hamiltonianamente stabile* se la seconda variazione del funzionale area tramite variazioni Hamiltoniane è non negativa.

Abbiamo iniziato ad affrontare lo studio della *stabilità Hamiltoniana* di alcune delle sottovarietà Lagrangiane ottenute nella classificazione delle sottovarietà di  $\mathbb{P}^n(\mathbb{C})$ .

Più precisamente abbiamo determinato un esempio di sottovarietà minima Hamiltonianamente stabile in  $\mathbb{P}^3(\mathbb{C})$  che non ha seconda forma fondamentale parallela.

Amarzaya and Ohnita hanno studiato la stabilità Hamiltoniana di alcune sottovarietà del proiettivo complesso, mostrando in particolare che tutte le sottovarietà di  $\mathbb{P}^n(\mathbb{C})$  con seconda forma fondamentale parallela sono Hamiltonianamente stabili. Questo risultato li ha condotti a formulare la seguente domanda: una sottovarietà minima compatta Lagrangiana di  $\mathbb{P}^n(\mathbb{C})$  Hamiltonianamente stabile ha necessariamente seconda forma fondamentale parallela? Il nostro risultato dà una risposta negativa a questo quesito.

**Sottovarietà omogenee totalmente complesse** Abbiamo utilizzato i risultati ottenuti dallo studio delle condizioni necessarie e sufficienti per l'esistenza e l'unicità di sottovarietà Lagrangiane omogenee per dare una caratterizzazione delle sottovarietà totalmente complesse omogenee di una varietà Quaternion-Kähler  $M$ .

In particolare, si sono trovate delle "corrispondenze" tra sottovarietà totalmente complesse omogenee della varietà  $M$  e sottovarietà Lagrangiane dello spazio dei Twistor  $Z$  di  $M$ .

Congetturiamo che le varietà Quaternion-Kähler con curvatura scalare positiva che ammettono un'orbita totalmente complessa per l'azione di un gruppo di Lie compatto siano tutti spazi di Wolf; la corrispondenza stabilita tra orbite totalmente complesse in  $M$  e orbite Lagrangiane in  $Z$ , unitamente alle condizioni necessarie per l'esistenza di un'orbita Lagrangiana da noi determinate, ci sembra che permettano di applicare alcuni risultati di Dancer e Swann che forzano  $M$  ad essere uno spazio di Wolf. Grazie alla classificazione da noi ottenuta delle orbite Lagrangiane per l'azione di un gruppo semplice compatto nello spazio proiettivo complesso, utilizzando la corrispondenza stabilita, è possibile dare una classificazione delle orbite totalmente complesse nel proiettivo quaternionale.

**Sottovarietà Legendriane dello spazio Proiettivo Complesso** La corrispondenza stabilita tra sottovarietà totalmente complesse di una varietà Quaternion-Kähler positiva  $M$  e sottovarietà Lagrangiane del suo spazio dei Twistor  $Z$  merita una ulteriore indagine. È noto che sullo spazio dei Twistor  $Z$  è ben definita una struttura di contatto. Oltre al "sollevamento" Lagrangiano è così possibile costruire un altro "sollevamento" naturale di una sottovarietà totalmente complessa in  $M$  che risulta essere una sottovarietà Legendriana del Twistor  $Z$ . Landsberg e Manivel hanno indagato, con tecniche più vicine alla geometria algebrica, sottovarietà Legendriane del proiettivo complesso. Abbiamo provato che le sottovarietà Legendriane omogenee in  $Z$  si proiettano a sottovarietà totalmente complesse, ancora omogenee in  $M$ . Grazie alla classificazione da noi ottenuta delle sottovarietà totalmente complesse omogenee nello spazio proiettivo quaternionale, possiamo dare una classificazione completa delle sottovarietà Legendriane omogenee del proiettivo complesso (provando altresì che queste risultano essere *subadjoint* come congetturato da Landsberg, Manivel e Buczynski). Non tutte le sottovarietà Legendriane di  $Z$  sono "proiettabili" a sottovarietà totalmente complesse in  $M$ . Abbiamo indagato condizioni necessarie e sufficienti a garantire la proiettabilità di varietà Legendriane in  $Z$ . Stiamo attualmente studiando se possano esistere sottovarietà Legendriane quasi omogenee in  $P^{2n+1}(\mathbb{C})$  proiettabili. Congetturiamo che non esistano esempi diversi da quelli omogenei. Per provarlo sembra naturale usare la tripla corrispondenza  $X$  Legendriana in  $Z$ ,  $N$  la sua proiezione totalmente complessa in  $M$  e  $\mathcal{L}(N)$  sollevamento Lagrangiano in  $Z$ .

**Azioni 3-coisotrope e rango di omogeneità** In analogia con le azioni coisotrope di gruppi di Lie su varietà simplettiche e Kähleriane, abbiamo introdotto e studiato un tipo di azione isometrica su varietà Quaternion Kähler  $M$  che abbiamo chiamato *Azione 3-coisotropa*. Utilizzando lo spazio dei Twistor  $Z$  su  $M$ , abbiamo trovato una caratterizzazione di queste azioni in termini di un invariante algebrico dell'azione il *rango di omogeneità*. Grazie a questa caratterizzazione siamo riusciti a classificare tutti i gruppi di Lie compatti che agiscono con rango di omogeneità zero sul proiettivo quaternionale.

**Varietà HKT (HyperKähler con Torsione)** In collaborazione con Dmitri Alkseevsky (University of Edinburgh, UK), Lucio Bedulli e Fabio Podestà mi sto occupando della classificazione delle strutture HKT e para-HKT su gruppi di Lie semisemplici. Un ulteriore progetto prevede di studiare (ed eventualmente classificare) le varietà HKT con coomogeneità bassa. Come primo passo siamo riusciti a dimostrare che una famiglia di sottovarietà omogenee HKT determinata da Joyce esaurisce tutti gli esempi di varietà omogenee HKT.

**Solitoni di Ricci su varietà compatte** Un *solitone di Ricci* su una varietà differenziabile  $M$  è una coppia  $(g, X)$  costituita da una metrica Riemanniana completa  $g$  su  $M$  e da un campo di vettori completo  $X$  su  $M$  tale che

$$\text{Ric}(g) + \frac{1}{2}\mathcal{L}_X g + \frac{\epsilon}{2}g = 0, \quad (1)$$

ove  $\epsilon$  è una costante reale positiva,  $\text{Ric}(g)$  indica il tensore di Ricci di  $g$  e  $\mathcal{L}_X g$  è la derivata di Lie di  $g$  lungo  $X$ . I solitoni di Ricci hanno assunto un ulteriore significato dopo il fondamentale risultato di *unicità* ottenuto da Tian e Zhu nel caso Kähleriano. (Un solitone di Ricci  $(g, X)$  si dice Kähleriano se la varietà  $M$  ammette una struttura complessa  $J$  rispetto alla quale  $g$  è Kähler e  $X$  è un automorfismo infinitesimale). Il risultato di Tian e Zhu stabilisce che su una varietà di Kähler compatta  $(M, J)$  con prima classe di Chern positiva esiste, a meno di automorfismi olomorfi, al più un solitone di Ricci Kähleriano. Tale risultato ha reso i solitoni di Ricci i nuovi candidati ad essere “la” metrica privilegiata su una varietà kähleriana compatta con campi olomorfi non banali e ha aperto il problema dell’*esistenza* di tali metriche sulle varietà compatte di Fano.

Il problema non appare affrontabile per ora nella sua generalità, ma diventa trattabile non appena ci restringiamo a particolari classi di varietà Kähleriane aventi “molte simmetrie”. In questo ambito risultati importanti sono stati ottenuti da Wang e Zhu, Podestà e Spiro.

Wang e Zhu hanno dimostrato l’esistenza di un *Kähler Ricci soliton* (KRS) su una varietà torica (cioè avente un’orbita densa di un gruppo di Lie abeliano complesso); tale risultato è stato generalizzato poi da Podestà Spiro per fibrati torici omogenei su varietà di Fano.

In questo campo sto cercando di legare il problema dell’esistenza di solitoni di Ricci Kähleriani su varietà *multiplicity free* (una generalizzazione non-abeliana delle varietà toriche) alla presenza di particolari orbite *minime*. In collaborazione con L. Bedulli nel lavoro in preparazione *Minimal orbits of Kähler Ricci solitons* si dimostra in particolare che se un solitone di Ricci Kähleriano ha curvatura di Ricci positiva, allora c’è al più una sottovarietà Lagrangiana minima che sia omogenea per l’azione di un gruppo di Isometrie.

## Dati Personali

- Nata a Firenze, il 25 settembre 1974
- E-mail gori@math.unifi.it

La sottoscritta è consapevole che:

- è soggetto alle sanzioni previste dal codice penale e dalle leggi speciali in materia qualora rilasci dichiarazioni mendaci, formi o faccia uso di atti falsi od esibisca atti contenenti dati non più rispondenti a verità (art. 76 D.P.R. 28.12.2000, n. 445);
- decade dai benefici eventualmente conseguenti al provvedimento emanato sulla base della dichiarazione non veritiera qualora dal controllo effettuato dall’Amministrazione emerga la non veridicità del contenuto della dichiarazione (artt. 71 e 75 D.P.R. 28.12.2000, n. 445).

Firenze, 20 Aprile 2017

